

力学問題

学籍番号 _____ 氏名 _____

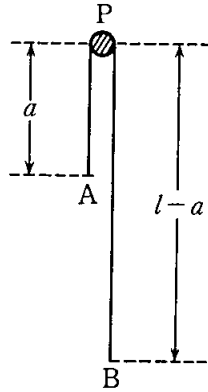
1. 二酸化炭素 CO_2 は対称線形分子 $\text{O} = \text{C} = \text{O}$ である。この分子を下図のように2本の等しいバネで結ばれた3質点系と考える。一直線上での原子の振動を論じ、特に固有振動数の比を求めよ。原子量は、 $\text{C} = 12$ 、 $\text{O} = 16$ とする。



2. 東京と大阪を結ぶ直線上の地底トンネルを掘ったとする。これについて以下の問に答えよ。ただし、摩擦などによるエネルギー損失はないものとする。列車の車輪の回転エネルギーは考えないでよい。また地球の半径は 6400 km 、東京-大阪間の直線距離は 400 km であるとする。
- (1) トンネル内の1点における重力について考える。地球内部の質量分布が球対称であるとすれば、地球と同心で、かつこの点を通る球面の外にある質量はこの点における重力に対して何の寄与もしない。そして、この点での重力は、上述の球面の内部に含まれる全質量を、その中心に集中させたと考えた時に同じ点に生ずる重力と等しい。このことから、もし地球の密度が一様であると仮定するならば、トンネルの東京側の入口に静かにおかれた物体は、東京-大阪間を正確に単振動することを示せ。
 - (2) このトンネルを利用して、動力を利用せずに列車を走らせたとなると、東京を出た列車は何時間後に大阪に着くか。
 - (3) この列車の最大速度はどれくらいか。
 - (4) (1) の太字部分で述べた事柄が成り立つ理由の物理的説明を試みよ。

3. 質量 m 、長さ l の一様な糸 AB を、壁に打った細い釘 P に右図のようにかけ、静かに手を離す。糸がすべり始めてから最後に P を離れるまでの間の任意の時刻 t における PA の長さ、および糸の midpoint の張力を求めよ。

ただし、最初の PA の長さを a とし、 $a < l/2$ とする。糸の伸縮や摩擦の影響は無視してよい。また釘の太さも無視してよい。



4. 下図のように、質量 m 、半径 a の一様な円柱を斜面 AB の上端 A からそっと離して転がして落とし、水平面 BC を経由して高さ s の段差 CD を乗り越えさせるものとする。以下の設問に答えよ。

- (1) 円柱の中心軸のまわりの慣性モーメントを求めよ。
- (2) 斜面の落差を h として円柱が水平面 BC に達したときの角速度 ω と移動速度 v とを求めよ。ただし、AB、BC は粗で円柱はすべらず、また摩擦によるエネルギーの損失はないものとする。
- (3) D 点は完全に粗であり、円柱が衝突したとき、円柱はすべらないでここを中心に回転するものとする。このときの慣性モーメントを求めよ
- (4) (3) で衝突の直前と直後で、D 点のまわりの角運動量は保存されるとする。衝突直後の回転の角速度 ω_1 を求めよ。
- (5) 円柱が段差 CD を乗り越える為に必要な h の最小値を求めよ。ただし、 s は a に比べて小さく、仮に円柱が D 点を離れて跳んでも段差を越えるように設定されている。

