

電磁気学問題

学籍番号 _____ 氏名 _____

1. 半径 a の球体の内部に電荷が密度 $\rho (> 0)$ で一様に分布している。
 - (1) 中心からの距離 r の関数として、電場の強さおよび電位 ϕ を求めよ ($r \rightarrow \infty$ で $\phi = 0$ とする)。
 - (2) 球の持つ電氣的エネルギーを求めよ。
 - (3) 次に、この球を内半径 b 、外半径 $c(a < b < c)$ なる導体の球殻で覆った。球と球殻の中心は一致している。
中心からの距離 r の関数として、電場の強さおよび電位 ϕ を求め、図示せよ。
2. 一様に磁化したフェライト磁石の球が、水平なガラス板の上に静止している。これに垂直方向の磁場 H をかけたとき、玉がすべらないで小振幅の転がり振動をするときの周期を求めよ。但し、球の半径を a 、密度を ρ 、磁化の強さ(単位体積当たり)を M 、重力加速度を g とする。
3. 半径 a の球内の電荷が一様に分布している。球の外側には電荷は無いものとする。球内の電荷密度を $\rho (> 0)$ として、以下の問に答えよ。
 - (1) 球の内外の電場の大きさ $E(r)$ を、球の中心からの距離 r の関数として求め、図示せよ。
 - (2) 同じく球の内外の静電ポテンシャル $\phi(r)$ を r の関数として求め、図示せよ。ただし、無限遠での静電ポテンシャルを 0 とする。
 - (3) 無限遠から少しずつ電荷を持って来てこのような電荷分布を作るのに要する仕事 W_1 を求めよ。
 - (4) 球内及び球外の空間の静電エネルギーをそれぞれ計算し、全空間の静電場のエネルギー W_2 を求めよ。

4. 図 (a) のように内径 $2b$ の円筒状導体 B があり、その中央に外径 $2a$ の円柱状導体 A がおかれている。また、AB 間には誘電率 ϵ 、透磁率 μ の絶縁物質が充填されている。このような導体系を同軸ケーブルという。

- (1) この同軸ケーブルの単位長さ当たりの静電容量 C を求めよ。
- (2) この同軸ケーブルには、また、単位長さ当たり $L = (\mu/2\pi) \ln(b/a)$ のインダクタンスが分布している。AB 間に交流電圧をかけたときのこのケーブルの働きは、上記の C と L を用いて、図 (b) のような等価回路で近似できる。但し、 h は微小な長さ、 n は節点の番号である。

図 (b) のように電流 I_n と電圧 V_n を定義するとき、第 n 節点での電流の連続の式を書け。

- (3) V_n と V_{n+1} の関係を答えよ。
- (4) (2) および (3) の結果を用いて、次の関係式が成り立つことを示せ。

$$h^2 LC \frac{d^2 I_n}{dt^2} = I_{n+1} - 2I_n + I_{n-1}$$

- (5) 節点の間隔 h を小さくしていくと、 nh は連続的な座標変数 x に置き換えられ、電流 $I_n(t)$ は $I(x, t)$ のように座標 x と時間 t の関数になる。このとき、上の式は、

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}$$

の形の波動方程式に移行する。但し、 v は交流信号の伝わる速度である。

この v を求め、それが導体間にある絶縁物質だけで決まる事を示せ。

