

## 力学・同演習 中間試験II 略解

担当教員：若狭 智嗣

試験日：6月29日

問1 1.1  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 10$

1.2  $\vec{A} \times \vec{B} = (2 \cdot 1 - 3 \cdot 2, 3 \cdot 3 - 1 \cdot 1, 1 \cdot 2 - 2 \cdot 3) = (-4, 8, -4)$

問2 2.1 運動方程式  $m\dot{v} = -\alpha v^2$  から、求める速さを  $v$  として、

$$m \int_{v_0}^v \frac{dv'}{v'^2} = -\alpha \int_0^t dt \quad \rightarrow \quad \therefore \quad v = \frac{v_0}{1 + \frac{\alpha v_0}{m} t}$$

2.2 求める時刻を  $\tau$  として、

$$\frac{v_0}{2} = \frac{v_0}{1 + \frac{\alpha v_0}{m} \tau} \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{m}{\alpha v_0}$$

2.3 求める距離を  $X$  として、

$$\int_0^X dx = \int_0^T v dt \quad \rightarrow \quad X = \frac{m}{\alpha} \ln \left( 1 + \frac{\alpha v_0}{m} T \right)$$

2.4 2.3 の答えより、距離は無限大。

問3 3.1

$$\frac{m}{\ell}$$

3.2 机上のヒモの質量が  $(m/\ell)x$ 、机から下がっているヒモの質量が  $(m/\ell)y$  であるので、運動方程式は、

$$\left( \frac{m}{\ell} x \right) \ddot{x} = -T, \quad \left( \frac{m}{\ell} y \right) \ddot{y} = \left( \frac{m}{\ell} y \right) g - T$$

3.3

$$x + y = \ell$$

3.4

$$\ddot{x} + \ddot{y} = 0$$

3.5

$$\ddot{y} - \frac{g}{\ell} y = 0$$

### 3.6

$$y = \ell_0 \cosh \left( \sqrt{\frac{g}{\ell}} t \right)$$

#### 問4 4.1

$$m\ell\ddot{\theta} = ma \cos \theta - mg \sin \theta \simeq ma - mg\theta$$

#### 4.2

$$\theta = \frac{a}{g} \left[ 1 - \cos \left( \sqrt{\frac{g}{\ell}} t \right) \right]$$

#### 4.3

$$\frac{2a}{g} = \phi \quad \therefore \quad a = \frac{g}{2}\phi$$

4.4 周期  $T$  は  $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$  であるので、静止する時間  $t$  は、

$$t = nT = 2\pi n \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

#### 4.5

$$at = \pi\phi n \sqrt{g\ell}$$

問5 棒の質量を  $M$ 、重力加速度の大きさを  $g$ 、壁のふちからの抗力の大きさを  $R_1$ 、水平面からの抗力の大きさを  $R_2$  とおく。力のつり合いより、

$$\begin{aligned} \mu R_2 + \mu R_1 \cos \theta &= R_1 \sin \theta \\ R_2 + R_1 \cos \theta + \mu R_1 \sin \theta &= Mg \end{aligned}$$

であり、棒の水平面との接点のまわりの力のモーメントのつり合いより、

$$\frac{l}{2} Mg \cos \theta = \frac{h}{\sin \theta} R_1$$

である。以上の式から、

$$\frac{2\mu h}{(1 + \mu^2)l} = \sin^2 \theta \cos \theta$$

が成り立つ。